**Versteckte Symmetrie**

Dia radiale Schrödinger Gleichung beschreibt kugelsymmetrische Potentiale, wie z.B. im Wassterstoffatom:

$$\varphi''(r) + \left(E - V(r)\right) * \varphi(r) = 0$$

- $\varphi$(r): Lösung der Gleichung

- E: potentielle Energie des Teilchens

- V(r): physikalische Wechselwirkung, abhängig, von Kugelkoordinaten.

Lösen der Schrödingergleichung ist nicht einfach, deshalb sucht man nach Eigenschaften der Lösung, ohne diese explizit zu finden. Z.B. hat man für

$$V(r) = ar^2 + br^4 + cr^6$$

gefunden, dass für eine Lösung $\varphi$(r) auch eine symmetrische Lösung $\psi$(r)= $\varphi$(ir) gilt, falls man die Vorzeichen der Parameter E und b umdreht.

$$\varphi''(r) = -[E - ar^2 - br^4 - cr^6]\varphi(r)$$

Zuerst lösen wir diese DGL mit dem Ansatz:

$$\varphi(r) = e^{\lambda r}$$

$$\lambda^2 e^{\lambda r} = (-E + ar^2 + br^4 + cr^6)e^{\lambda r}$$

$$\lambda^2 = -E + ar^2 + br^4 + cr^6$$

Um unsere These der versteckten Symmetrie zu überprüfen, ändern wir die Vorzeichen von E und b du rechnen neu mit dem Ansatz:

$$\psi(r) = e^{\lambda i r}$$

$$-\lambda^2 e^{\lambda i r} = (E + a(ir)^2 - b(ir)^4 + c(ir)^6)e^{\lambda i r}$$

$$\lambda^2 = -(E - ar^2 - br^4 - cr^6)$$

$$\lambda^2 = -E + ar^2 + br^4 + cr^6)$$

Daraus erkennt man das symmetrische Verhalten von $\psi$(r) und $\varphi$(r)

**BITTE WENDEN!**

**Grundsätze der Schrödingergleichung**

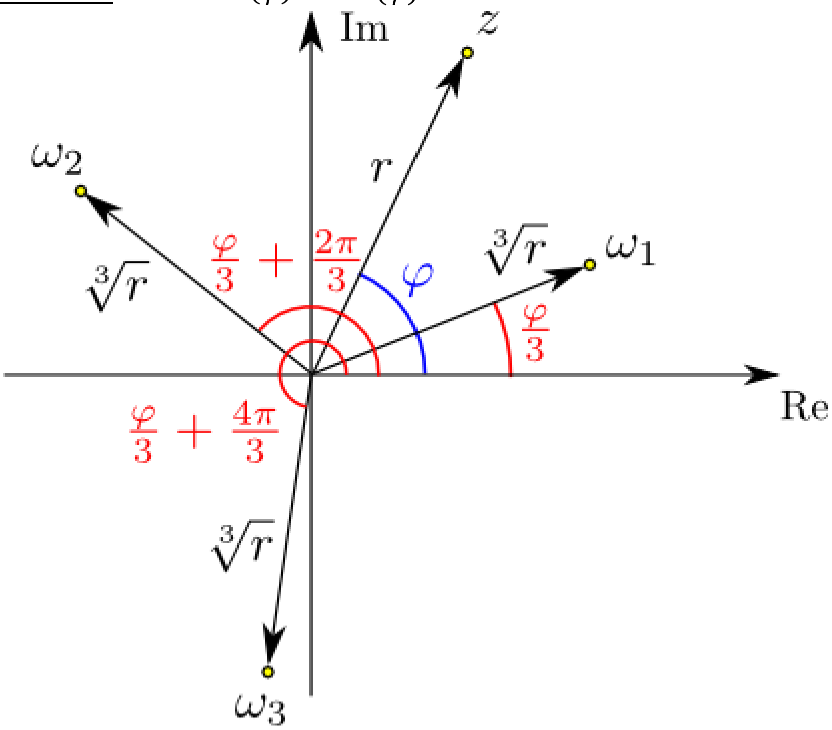
Die Schrödingergleichung wurde 1926 von Erwin Schrödinger konzipiert. Sie beschreibt die zeitliche Entwicklung eines quantenmechanischen Systems, wie zum Beispiel Atomorbitale. Sie hat viele Lösungen jedoch wenige davon sind trivial zu finden.

**Was ist versteckte Symmetrie**

Nicht sofort trivial ersichtliche Symmetrie.

**Die dritte Wurzel einer komplexen Zahl**

Reminder: $e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i\sin(\varphi)$




**Bildquelle**

http://www.mathe-online.at/mathint/komplex/grafiken/drittewurzeln.png

4.4.2017

Wird eine komplexe Zahl $z = r * e^{i\varphi}$ mit n potenziert, so erhält man $z^n = r^n * e^{in\varphi}$. Daraus lässt sich ablesen, dass der Betrag potenziert wird, das Argument jedoch mit n multipliziert. Das heisst, um rückwärts die n-te Wurzel zu ziehen wird die n-te Wurzel des Betrags und der n-te Teil des Arguments berechnet.

**Dritte Wurzel von i**

Der Betrag von i beträgt 1, d.h. die dritte Wurzel von i wird auch den Betrag von 1 haben, was bedeutet, dass sie auch auf dem Einheitskreis liegen muss. Das Argument von i ist $\frac{\pi}{2}$. Wir finden also eine Lösung bei einem Argument von $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} * \frac{1}{3} = \frac{\pi}{6}$. Allerdings lassen sich zwei weitere Lösungen finden bei $\varphi_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}$ und $\varphi_3 = \frac{\pi}{6} + \frac{4\pi}{3}$. Diese machen bei multiplizieren mit 3 eins bzw. zwei ganze Umdrehungen mehr, das Argument von i bleibt aber $\frac{\pi}{2}$.